

**Некоммерческое аккредитованное частное  
профессиональное образовательное учреждение  
«Невинномысский экономико-правовой техникум»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в  
форме экзамена**

**СОО 02.02 «МАТЕМАТИКА»**

в рамках подготовки специалистов среднего звена (ППССЗ) по  
специальности СПО

**09.02.07 Информационные системы и программирование**

## ОДОБРЕНА

на заседании кафедры  
Технических дисциплин.

Протокол № 1

от «28» августа 2024г.

Заведующая кафедрой

 М.Н. Родина

подпись Ф.И.О.

## УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по  
учебно-методической работе

 И.П. Мистюкова

подпись Ф.И.О.

Фонд оценочных средств (далее - ФОС) разработан на основе требований федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего общего образования; Фонд оценочных средств является частью учебно-методического обеспечения образовательной программы в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования от 17 мая 2012 г. № 413, зарегистрировано в Минюсте РФ от 7 июня 2012 г. № 24480.

Организация – разработчик: НАЧ ПОУ «Невинномысский экономико-правовой техникум»

Разработчик: М. Н. Родина, преподаватель, НАЧ ПОУ «НЭПТ»

Рецензент: Е.Н. Мельникова, преподаватель, НАЧ ПОУ «НЭПТ»

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1	Результаты обучения, регламентированные ФГОС СОО с учетом ФГОС СПО	4
2	Фонд оценочных средств для входного контроля	10
3	Фонд оценочных средств для текущего контроля	13
4	Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации (экзамена)	48

## **1. Результаты обучения, регламентированные ФГОС СОО с учетом ФГОС СПО**

Предметные результаты на базовом и углубленном уровне отражают:

ПРб 01. Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

ПРб 02. Умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

ПРб 03. Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

ПРб 04. Умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

ПРб 05. Умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

ПРб 06. Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

ПРб 07. Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

ПРб 08. Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

ПРб 09. Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

ПРб 10. Умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;

ПРб 11. Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;

ПРб 12. Умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

ПРб 13. Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

ПРб 14. Умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

ПРу 01. Умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической

индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

ПРу 02. Умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

ПРу 03. Умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;

ПРу 04. Умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

ПРу 05. Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

ПРу 06. Умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

ПРу 07. Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

ПРу 08. Умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке;

умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

ПРу 09. Умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

ПРу 10. Умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

ПРу 11. Умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;

ПРу 12. Умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;

ПРу 13. Умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных

исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

ПРy 14. Умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;

ПРy 15. Умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;

ПРy 16. Умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;

ПРy 17. Умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица  $2 \times 2$  и  $3 \times 3$ , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;



ПРу 18. Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера;

ПРу 19. Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии общих компетенций:

<b>Общие компетенции</b>	<b>Планируемые результаты освоения дисциплины включают</b>
ОК-1	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;
ОК-2	Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;.
ОК-4	Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;.

## **2. Фонд оценочных средств для входного контроля**

Входной контроль состоит из заданий, частично взятых из открытого банка ОГЭ и ВПР по математике. На выполнение заданий входного контроля дается 1 академический час (45 минут).

Входной контроль состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной. Обязательная часть содержит задания минимального обязательного уровня, дополнительная часть – более сложные задания.

При выполнении заданий требуется представить ход решения и указать полученный ответ. Правильно выполненное задание из обязательной части оценивается в один балл; правильное выполнение заданий дополнительной части оценивается 3 баллами или 1-2 баллами за частичное решение.

Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

***Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе***

<b>Отметка</b>	<b>Число баллов, необходимое для получения отметки</b>
«3» (удов.)	7-9
«4» (хорошо)	10-12
«5» (отлично)	13-15

Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):

ПРб 1, ПРб 5, ПРб 6, ПРб 9, ПРб 12, ПРб 14.

ПРу 1, ПРу 5, ПРу 7, ПРу 8, ПРу 18, ПРу 19.

ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 09.

Задания входного контроля

### Обязательная часть

При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.

1. (1 балл) Раскройте формулу сокращенного умножения  $a^2 - b^2$ :

А)  $a^2 - 2ab + b^2$ ; Б)  $(a-b)(a+b)$ ; В)  $a^2 + 2ab - b^2$ ; Г)  $(a-b)(a-b)$

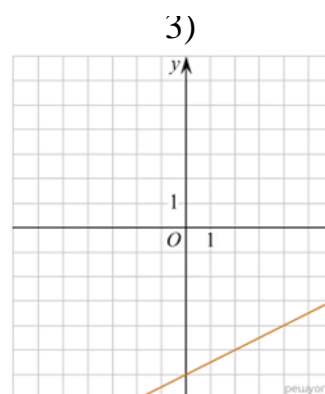
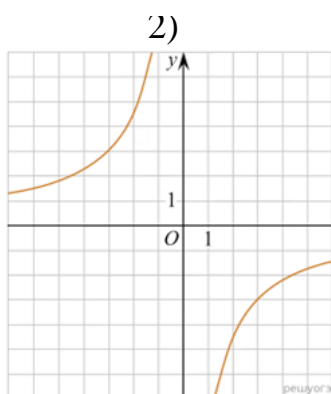
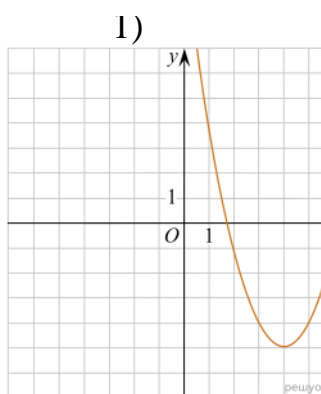
2. (1 балл) Площадь треугольника вычисляется по формуле:

А)  $S = a * b$ ; Б)  $S = (a * b) / 2$ ; В)  $S = 2a * b$ ; Г)  $S = (a * b) / 3$ .

3. (1 балл) Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{10}{17}$  и  $\frac{5}{8}$

А) 0,4; Б) 0,5; В) 0,6; Г) 0,7

4. (1 балл) Даны графики функций. Какая формула соответствует графику 3):



А)  $y = \frac{1}{2}x - 6$ ; Б)  $y = x^2 - 8x + 11$ ; В)  $y = -\frac{9}{x}$ ; Г)  $y = x + 5$

**При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ.**

5. (2 балла) Вычислите:  $\frac{1}{2} - \frac{11}{5}$

6. (2 балла) Решите уравнение  $x^2 - 7x + 10 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.
7. (2 балла) Площадь земель крестьянского хозяйства, отведенная под посадку кустарников и цветников, составляет 24 га и распределена между ними в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают цветники?
8. (2 балла) Высота ВН параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки AN = 2 и ND = 32. Диагональ параллелограмма BD равна 40. Найдите площадь параллелограмма.

### Дополнительная часть

*При выполнении задания 9 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.*

9. (3 балла) Рыболов проплыл на лодке от пристани некоторое расстояние вверх по течению реки, затем бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно через 5 часов от начала путешествия. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

### Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	Б	Б	В	А	2,7	2	9	816	8

Практико – ориентированные задачи социально – экономического профиля

Задача 1: Для приготовления фарша взяли говядину и свинину в отношении 7:13. Какой процент в фарше составляет свинина?

Задача 2: Какова величина подоходного налога, который составляет 13% от величины заработной платы в 25000 рублей?

Задача 3: Яблоки при сушке теряют 84% своей массы. Сколько сушеных яблок получится из 300 кг свежих?

Задача 4: В спортивном магазине велосипед продается со скидкой 15% за 4500 рублей. Какова первоначальная цена велосипеда?

Задача 5: Цена товара понизилась на 40%, затем еще на 25%. На сколько процентов понизилась цена товара по сравнению с первоначальной ценой?

Задача 6: В колледже 260 обучающихся, из которых 10% неуспевающих. После отчисления некоторого числа неуспевающих, их процент снизился до 6,4%. Сколько учащихся отчислено?

Задача 7: На банковский счет было положено 10 тыс. руб. После того, как деньги пролежали один год, со счета сняли 1 тыс. руб. Еще через год на счету стало 11 тыс. руб. Определить, какой процент годовых начисляет банк.

Задача 8: В городе в настоящее время 48400 жителей. Известно, что население этого города увеличивается ежегодно на 10%. Сколько жителей было в городе два года назад?

**Эталоны ответов:**

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	65	3250	48	5294,12	55	10	10	40000

### 3. Фонд оценочных средств для текущего контроля

Текущий контроль проводится во время аудиторных занятий по математике в соответствии с учебным планом и рабочей программы ОЦ 02.02 «Математика» по всем разделам программы. Текущий контроль состоит из двух частей: теоретической и практической. При этом обучающиеся получают две отметки.

Теоретическая часть проходит в форме устных ответов: обучающиеся вытягивают пять карточек с вопросами, дают полный ответ (со списком вопросов обучающиеся знакомятся в начале изучения раздела).

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

<i>Отметка</i>	<i>Количество верных ответов на теоретические вопросы</i>
<i>«3» (удов.)</i>	<i>3</i>
<i>«4» (хорошо)</i>	<i>4</i>
<i>«5» (отлично)</i>	<i>5</i>

Задания практической части (контрольные работы) частично взяты из открытого банка ЕГЭ и ВПР по математике.

На выполнение контрольной работы по математике дается 1 академический час (45 минут).

Контрольная работа состоит из 2-х частей. В первой части предлагается выполнить 4 задания - выбрать правильный ответ из четырех предложенных. Во второй части предлагается выполнить 6 заданий - оформить ход решения и записать полученный ответ.

За правильное выполнение любого задания первой части обучающийся получает один балла. Правильное выполнение заданий второй части оценивается 2 баллами или 1 баллом за частичное решение.

Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются.

Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе

<i>Отметка</i>	<i>Число баллов, необходимое для получения отметки</i>
<i>«3» (удов.)</i>	<i>8-10</i>
<i>«4» (хорошо)</i>	<i>11-13</i>
<i>«5» (отлично)</i>	<i>14-16</i>

### 3.1 Прямые и плоскости в пространстве

Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):

ПР6 1, ПР6 9, ПР6 11, ПР6 12, ПР6 14.

ПРy 1, ПРy 14, ПРy 15, ПРy 16, ПРy 18, ПРy 19.

ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 05, ОК 09.

#### Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте теорему Пифагора.
2. Перечислите основные фигуры в пространстве.
3. Перечислите способы задания плоскости.
4. Продолжите теорему: «Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то...».
5. Продолжите теорему: «Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то...».
6. Сформулируйте определение двугранного угла.
7. Сформулируйте определение трехгранного угла.
8. Раскройте понятие «угол между прямыми».
9. Перечислите взаимное расположение двух прямых в пространстве
10. Какие прямые называются параллельными в пространстве?
11. Какие прямые называются скрещивающимися в пространстве?
12. Какие прямые называются перпендикулярными в пространстве?
13. Перечислите взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
14. Раскройте понятие «угол между прямой и плоскостью».
15. Раскройте понятие «параллельность прямой и плоскости».
16. Раскройте понятие «перпендикулярность прямой и плоскости».
17. Перечислите взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
18. Раскройте понятие «угол между плоскостями».
19. Раскройте понятие «параллельность плоскостей».
20. Раскройте понятие «перпендикулярность плоскостей».
21. Как найти расстояние от точки до прямой?
22. Как найти расстояние между прямыми?
23. Как найти расстояние между плоскостями?
24. Продолжите определение: «Перпендикуляр – это...».
25. Продолжите определение: «Наклонная – это...».
26. Продолжите определение: «Проекция наклонной – это...».
27. Перечислите свойства параллельного проектирования.
28. Приведите примеры симметрий на плоскости в природе, искусстве.
29. Приведите примеры симметрий в пространстве в природе, искусстве.

## Контрольная работа

### Обязательная часть

*При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.*

1. (1 балл) Расшифруйте краткую запись:  $a \in \beta\beta$ .  
А) точка  $a$  принадлежит плоскости  $\beta\beta$ ; Б) точка  $a$  принадлежит прямой  $\beta\beta$ ; В) прямая  $a$  принадлежит плоскости  $\beta\beta$ ; Г) прямая  $a$  пересекает плоскость  $\beta\beta$ .
2. (1 балл) Прямые АВ и СД скрещиваются. Какое расположение имеют прямые АС и ВД?  
А) параллельные; Б) перпендикулярные; В) скрещиваются; Г) пересекаются.
3. (1 балл) Плоскости  $\alpha\alpha$  и  $\beta\beta$  имеют 1 общую точку. Каково их взаимное расположение?  
А) параллельны; Б) пересекаются по прямой; В) совпадают; Г) скрещиваются.
4. (1 балл) Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна ее проекции, то она...  
А) перпендикулярна и самой наклонной; Б) параллельна и самой наклонной; В) скрещивается с наклонной; Г) перпендикулярна основанию наклонной.

*При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ.*

5. (2 балла) Через концы отрезка АВ и его середину М проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках А<sub>1</sub>, В<sub>1</sub> и М<sub>1</sub>. Найдите длину отрезка ММ<sub>1</sub>, если отрезок АВ не пересекает плоскость и если АА<sub>1</sub>=6,8см, ВВ<sub>1</sub>=7,4см.
6. (2 балла) Прямые АС, АВ и АД попарно перпендикулярны. Найдите отрезок СД, если АВ=5 см, ВС=13 см, АД=9 см.
7. (2 балла) Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины общего перпендикуляра, если проекции наклонных относятся как 2:3 и длины наклонных равны 23 см и 33 см.
8. (2 балла) Начертить куб АВСДА<sub>1</sub>В<sub>1</sub>С<sub>1</sub>Д<sub>1</sub>. Построить точку К∈АВ, точку М∈Д<sub>1</sub>С, отрезок РЕ∈А<sub>1</sub>В<sub>1</sub>С<sub>1</sub>.

**Эталоны ответов:**

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	В	В	Б	А	7,1	15	9	-

### 3.2 Координаты и векторы

**Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):**

ПР6 1, ПР6 9, ПР6 11, ПР6 12, ПР6 13.

ПРy 1, ПРy 14, ПРy 15, ПРy 16, ПРy 17, ПРy 19.

ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 05, ОК 09.

#### Теоретические вопросы:

1. Из чего состоит прямоугольная система координат в пространстве?
2. Если точка лежит в плоскости  $xOy$ , какая координата у нее нулевая?
3. Приведите пример координат точки  $A$ , которая лежит на оси  $z$ .
4. Раскройте понятие «вектор».
5. Как найти координаты вектора?
6. Перечислите и раскройте правила сложения векторов.
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Какие векторы называются перпендикулярными?
9. Чему равно скалярное произведение векторов?
10. Как найти векторное произведение векторов?
11. Чему равен угол между векторами?
12. Приведите пример матрицы  $2 \times 2$ .
13. Приведите пример матрицы  $3 \times 3$ .

#### Контрольная работа

##### Обязательная часть

*При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных.*

1. (1 балл) Даны точки  $A(1,0,5)$ ,  $B(-2,0,4)$ ,  $C(0,-1,0)$ ,  $D(0,0,2)$ . Какие из них лежат на координатной прямой  $Oy$ ?  
а) А; б) В; в) С; г) Д.
2. (1 балл) Какие из векторов  $a(1,0,-1)$ ,  $c(1/3, 2/3, -2/3)$ ,  $b(1,1,1)$ ,  $p(0,0,-2)$  являются единичными?  
А) а; Б) с; В) в; Г) р.
3. (1 балл) Какие из векторов  $a(1,2,-3)$ ,  $c(3,6,-6)$ ,  $b(2,4,-6)$  коллинеарны?  
А) а, в; Б) с, в; В) а, с; Г) коллинеарных векторов нет.
4. (1 балл) Даны точки  $A(2,0,5)$ ,  $B(2,4,-2)$ ,  $C(-2,6,3)$ . Серединой какого отрезка является точка  $M(0,3,4)$ ?  
А) АВ; Б) ВС; В) АС; Г) СВ.

*При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ.*

5. (2 балла) Даны векторы  $a(-6,0,8)$ ,  $b(-3,2,-6)$ . Найдите скалярное произведение векторов.
6. (2 балла) При каких значениях  $n$  векторы  $\vec{a}(4,n,2)$ ,  $\vec{b}(1,2,n)$  перпендикулярны?

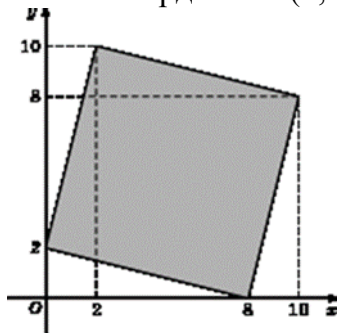


7. (2 балла) Даны векторы  $a(-6,0,8)$ ,  $b(-3,2,-6)$ . Найдите косинус угла между векторами.
8. (2 балла) Докажите, что четырёхугольник ABCD является ромбом, если: A(6,7,8), B(8,2,6), C(4,3,2), D(2,8,4).

### Дополнительная часть

При выполнении задания 9 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.

9. (3 балла) Макет детской площадки представлен на координатной плоскости. Найдите площадь детской площадки (четырёхугольника), вершины которого имеют координаты (8;0), (10;8), (2;10), (0;2).



Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	В	В	А	В	-30	-1	-3/7	-	68

### 3.3 Основы тригонометрии. Тригонометрические функции.

Образовательные результаты, подлежащие проверке (элементы):

ПР6 1, ПР6 3, ПР6 5, ПР6 14.

ПРy 1, ПРy 6, ПРy 7, ПРy 8, ПРy 18, ПРy 19.

ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05.

#### Теоретические вопросы:

1. Чему равен угол в один радиан?
2. В каких четвертях тригонометрического круга функция  $y = \sin x$  принимает положительные значения?
3. В каких четвертях тригонометрического круга функция  $y = \cos x$  принимает отрицательные значения?
4. Продолжите определение: «Синус острого угла – это...».
5. Продолжите определение: «Косинус острого угла – это...».
6. Продолжите определение: «Тангенс острого угла – это...».
7. Сформулируйте основное тригонометрическое тождество.
8. Чему равно произведение  $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$ ?
9. Чему равен  $\sin(2x)$ ? Сформулируйте правило вычисления.
10. Чему равен  $\cos(2x)$ ? Сформулируйте правило вычисления.
11. Перечислите тригонометрические функции, укажите их периоды.
12. Чему равен период функции  $y = \cos(4x)$ ?
13. Чему равен период функции  $y = \cos(x/4)$ ?
14. Определите область значения функции  $y = 3\cos(5x)$ ?
15. Перечислите способы решения тригонометрических уравнений.
16. Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений первого порядка.
17. Раскройте алгоритм решения однородных тригонометрических уравнений второго порядка.

#### Контрольная работа

№1 Вычислите:  $2\cos 0^\circ - 4\sin 30^\circ$

№2 Найдите значение выражения:  $\sqrt{2} \cos \pi/4 + \operatorname{ctg} \pi/4$

№3 Из предложенных формул выберите верную:

1)  $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$  2)  $\frac{\cos x}{\sin x} = \operatorname{ctg} x$

3)  $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$  4)  $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 1$

№4 Упростите выражение:  $(\sin x + 1)(1 - \sin x)$  и найдите его значение при  $x = \pi/6$

№5 Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -3/5$  и  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

№6 Упростите выражение:  $\frac{2\sin^2 x - 2}{\cos^2 x}$  и найдите его значение при  $x = \frac{\pi}{8}$

№7 Вычислите:  $\operatorname{ctg}(-765^\circ) - 2\cos(-19\pi/3)$

№8 Найдите значение выражения:  $\operatorname{tg} \alpha + 2$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{50}}$  и  $0 < \alpha < \pi$

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ	2,5	0	3	0,25	-0,6	1	-2,5	1,5

«Функции, их свойства и графики».

1 вариант.

№1 Постройте график функции  $y = x^2 - 6x + 5$ . Найдите с помощью графика:

- а) значение  $y$  при  $x = 0,5$ ;
- б) значения  $x$ , при которых  $y = -1$ ;
- в) нули функции; промежутки, в которых  $y > 0$  и в которых  $y < 0$ ;
- г) промежутки, на котором функция возрастает.

№2 Найдите наименьшее значение функции  $y = x^2 - 8x + 7$ .

№3 Найдите область значений функции  $y = x^2 - 6x - 13$ , где  $x \in [-2; 7]$ .

2 вариант.

№1. Постройте график функции  $y = x^2 - 8x + 13$ . Найдите с помощью графика:

- а) значение  $y$  при  $x = 1,5$ ;
- б) значения  $x$ , при которых  $y = 2$ ;
- в) нули функции; промежутки, в которых  $y > 0$  и в которых  $y < 0$ ;
- г) промежутки, в котором функция убывает.

№2. Найдите наибольшее значение функции  $y = -x^2 + 6x - 4$ .

№3. Найдите область значений функции  $y = x^2 - 4x - 7$ , где  $x \in [-1; 5]$ .

Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3
В-1	а) $(0,5; 7)$ ; б) $x = 1, 2; x = 3, 8$ ; в) $x = 1; x = 5$ ; г) $y > 0$ при $x \in (-\infty; 1] \cup (5; \infty)$ ; $y < 0$ при $x \in [1; 5]$ .	$(4; -9)$	$[-22; 3]$ .
В-2	а) $(-1; 3,25)$ ; б) $x = 4 + 5; x = 4 - 5$ ; в) $x = 4 + 3; x = 4 - 3$ ; г) $y > 0$ при $x \in (-\infty; 4 + 3) \cup (4 - 3; +\infty)$ ; $y < 0$ при $x \in (4 - 3; 4 + 3)$	$(3; 5)$	$[-11; -2]$

За каждую правильно решенную задачу дается 2 балла.

Шкала оценок:

«5» 6 баллов

«4» 4-5 баллов

«3» 3-2 баллов

«2» 1 и менее

## Решение задач на построение графиков

Задача 1. Заработок рабочего понизился на 20%, а цены на товары выросли в среднем на 25%. На сколько процентов меньше товаров, чем прежде, может теперь купить рабочий?

Решение 1. По вертикальной оси будем откладывать зарплату рабочего в процентах от прежней зарплаты.

2. По горизонтальной оси мы будем откладывать количество товаров, которое может купить рабочий в процентах к прежнему количеству.

3. Точку, соответствующую 100% товаров и 100% зарплаты, обозначим через С. Соединив точку С с началом координат, получим график покупательской способности рабочего. Отметив любую точку графика и спроецировав ее на оси, мы можем узнать, какое количество зарплаты необходимо потратить на приобретение данного количества товаров и наоборот, какое количество товаров можно приобрести за данное количество зарплаты.

4. Зарплата уменьшилась на 20%, поэтому через точку 80% оси зарплаты проведем горизонтальную прямую, устанавливающую новый уровень зарплаты.

5. Цены выросли на 25%. Значит для того, чтобы купить 100% товаров, нужно потратить 125% первоначальной зарплаты. Точка D соответствует этой ситуации. Соединив точку D с началом координат, мы получим график новой покупательской способности рабочего.

6. Пересечение этого графика с новым уровнем зарплаты даст точку М. Спроецировав точку М на горизонтальную ось, прочитаем число, равное количеству товаров в процентах, которое можно теперь купить. Это число равно приблизительно 64%. Таким образом, в новой ситуации рабочий может купить только 64% того количества товаров, которое он мог купить прежде. Заметим, что если мы выберем масштаб на горизонтальной оси  $1\text{ см} \leftrightarrow 10\%$ , то для нахождения ответа достаточно измерить в миллиметрах расстояние от точки М до вертикальной оси. (Изобразить график самостоятельно).

### Задания для самостоятельного решения

#### Задача №1

Билет в кинотеатре стоил 300 рублей. После того как цену на билет понизили, число посетителей увеличилось на 50%, а сбор увеличился на 25%. На сколько рублей снижена цена билета в кинотеатр? Ответ: 75 рублей.

#### Задача №2

Когда магазин повысил цену на яблоки, то спрос на них упал на 20%, а общая выручка от их продажи за день уменьшилась на 10%. На сколько рублей повышена цена на яблоки, если первоначально 1 кг яблок стоил 6000 рублей? Ответ: 750 руб.

#### Задача №3

Отец предполагал разделить некоторую сумму денег между тремя сыновьями в отношении 10 : 9 : 8. Затем он изменил свое решение и разделил ту же сумму в отношении 7 : 5 : 3. Известно, что один из сыновей получил в результате

такого раздела на 400 рублей больше другого. Сколько получил каждый?

Ответ: 700 руб., 500 руб., 300 руб.

Задача №4

Объем строительных работ увеличен на 60%. На сколько процентов нужно уменьшить количество рабочих, если за счет внедрения новой техники производительность труда будет увеличена на 100%? Ответ: на 20%.

### 3.4 Производная функции, ее применение

#### Контрольная работа

Вариант 1

1. Найти производную функции

а)  $f(x) = x(x^2 - 4)$  (1 балл)      в)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  (1 балл)

б)  $f(x) = x\sqrt{3x}$  (1 балл)      г)  $f(x) = x^4 \sin 2x$  (1 балл)

2. Найти значение производной функции  $f(x) = 3x + \operatorname{tg} x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{6}$  (1 балл)

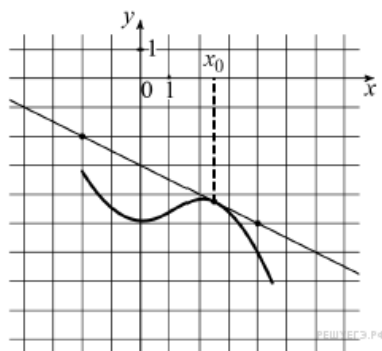
3. Решить уравнение  $f'(x) = 0$ , где  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$  (1 балл)

4. Решить неравенство  $g'(x) > 0$ , где  $g(x) = (1 - 5x)^2$  (1 балл)

5. Решить уравнение  $f'(x) = g'(x)$ , если известно, что  $f(x) = 4\sqrt{x}$ ,  $g(x) = \frac{1}{3}x - 5$  (1 балл)

6. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 4 - 3x + 0,5x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$  (1 балл)

7. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .



0-3 балла – «2», 4-6 баллов – «3», 7-9 баллов – «4», 10 баллов – «5»

Вариант 2

1. Найти производную функции

- а)  $f(x) = x^2(x+5)$  (1 балл)      в)  $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$  (1 балл)  
 б)  $f(x) = x^2\sqrt{2x}$  (1 балл)      г)  $f(x) = x^5\cos 3x$  (1 балл)

2. Найти значение производной функции  $f(x) = 2x + 3\operatorname{tg} x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{3}$  (1 балл)

3. Решить уравнение  $f'(x) = 0$ , где  $f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x - 5$  (1 балл)

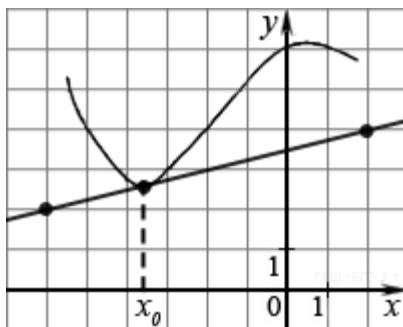
4. Решить неравенство  $g'(x) > 0$ , где  $g(x) = (3 - 4x)^2$  (1 балл)

5. Решить уравнение  $f'(x) = g'(x)$ , если известно, что  $f(x) = 6\sqrt{x}$ ,  $g(x) = \frac{1}{2}x + 7$  (1 балл)

6. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику

функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x - 5$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$  (1 балл)

7. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**0-3 балла – «2», 4-6 баллов – «3», 7-9 баллов – «4», 10 баллов – «5»**

### Вариант 3

1. Найти производную функции

а)  $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x^3}$  (1 балл)      в)  $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$  (1 балл)

б)  $f(x) = (x^2 + 1)\cos x$  (1 балл)      г)  $f(x) = 4\sin 2x - 5\operatorname{ctg} x$  (1 балл)

2. Найти значение производной функции  $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{8}$  (1 балл)

3. Решить уравнение  $f'(x) = 0$ , где  $f(x) = (x^2 - 6x + 5)^2$  (1 балл)

4. Решить неравенство  $g'(x) > 0$ , где  $g(x) = (1 - 5x)^2$  (1 балл)

5. Решить уравнение  $f'(x) = g'(x)$ , если известно, что  $f(x) = (2x-1)^5$ ,  $g(x) = 10x+7$  (1 балл)

6. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$  (1 балл)

7. Составить уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  в точке  $x_0 = 2$  (1 балл)

**0-3 балла – «2», 4-6 баллов – «3», 7-9 баллов – «4», 10 баллов – «5»**

#### Теоретические вопросы:

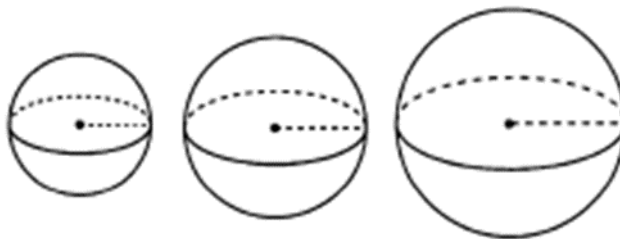
1. Продолжите определение: «Последовательность – это...».
2. Приведите пример арифметической прогрессии.
3. Приведите пример геометрической прогрессии.
4. Приведите пример бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
5. Продолжите определение: «Производная – это...».
6. Раскройте геометрический смысл производной.
7. Продолжите определение: «Касательная – это...».
8. Раскройте физический смысл производной.
9. Перечислите правила вычисления производных.
10. Чему равна производная степенной функции?
11. Чему равна производная произведения?
12. Чему равна производная частного?
13. Чему равна производная сложной функции?
14. Сформулируйте признак возрастания функции.
15. Сформулируйте признак убывания функции.
16. Сформулируйте признак точки максимума функции.
17. Сформулируйте признак точки минимума функции.
18. Составьте алгоритм решения задач на нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке?
19. Составьте алгоритм исследования и построения графика функции с помощью производной.
20. Как найти вертикальную асимптоту графика функции?

### **3.4 Многогранники и тела вращения**

#### **Контрольная работа Вариант 1**

- 1) Диагональ куба равна  $\sqrt{12}$  см. Найдите его объем.
- 2) Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите объем параллелепипеда.

- 3) Радиусы трех шаров равны 3 см, 4 см и 5 см. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

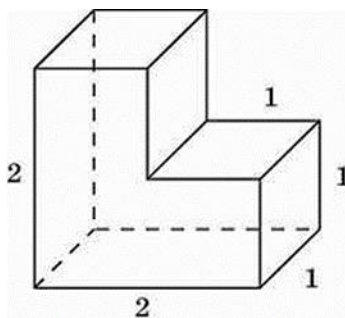


- 4) Какое количество нефти (в тоннах) вмещает цилиндрическая цистерна диаметром 18 м и высотой 7 м, если плотность нефти равна  $0,85 \text{ г/см}^3$ .

- 5) Найдите высоту конуса, если его объем  $48\pi \text{ см}^3$ , а радиус основания 4 см.

### Вариант 2

- 1) Объем куба равен  $64 \text{ см}^3$ . Найдите его диагональ.
- 2) Найдите радиус основания конуса, если его высота 3 см, а объем  $2,25\pi \text{ см}^3$ .
- 3) Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в см.

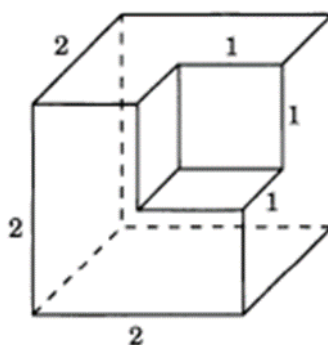


- 4) Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6 см, а основание — прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см.
- 5) Объем шара равен  $288\pi$ . Найдите площадь его поверхности.

### Вариант 3

- 1) Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите объем конуса.
- 2) Найдите высоту конуса, если его объем  $48\pi \text{ см}^3$ , а радиус основания 4 см.
- 3) Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в см.

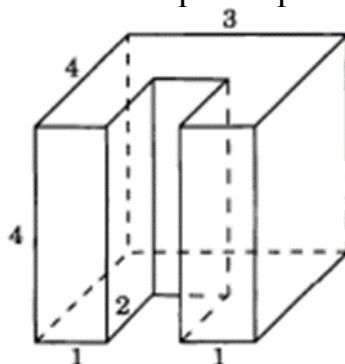




- 4) Найдите площадь поверхности шара и его объем, если радиус шара равен 4 см.
- 5) Найдите радиус основания цилиндра, если его объем равен  $120 \text{ см}^3$ , а высота 3,6 см.

#### Вариант 4

- 1) Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2м, 3м. Объем параллелепипеда равен  $36 \text{ м}^3$ . Найдите его диагональ.
- 2) Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые. Размеры на рис. даны в см.



- 3) Найдите объем конуса, если его высота 3 см, а радиус основания 1,5 см.
- 4) Найдите высоту цилиндра, если его объем равен  $24\pi \text{ см}^3$ , а радиус основания  $\sqrt{2}$  см.
- 5) Найдите радиус шара и площадь поверхности шара, если его объем равен  $113,04 \text{ см}^3$ .

#### ЭТАЛОН ОТВЕТОВ

№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	8	$4\sqrt{3}$		7
2	32	1,5 см	9 см	40

3	6	3		$2,25\pi \text{ см}^3$
4	$\approx 1513\text{т}$	24	$64\pi$ и $\frac{256}{3}\pi$	12см
5	9 см	$144\pi$	$\frac{10}{\sqrt{3\pi}} \text{ см}$	$\approx 3 \text{ см}; 36\pi \text{ см}^2$

### Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Многогранник – это...».
2. Продолжите определение: «Призма – это...».
3. Продолжите определение: «Прямоугольный параллелепипед – это...».
4. Продолжите определение: «Куб – это...».
5. Продолжите определение: «Пирамида – это...».
6. Сформулируйте свойство о противолежащих гранях параллелепипеда.
7. Сформулируйте свойство о диагоналях параллелепипеда.
8. Сформулируйте свойство о диагонали и линейных размерах прямоугольного параллелепипеда.
9. Какая призма называется прямой?
10. Какая призма называется правильной?
11. Раскройте понятие «правильная пирамида».
12. Что такое апофема правильной пирамиды?
13. В чем отличие полной поверхности призмы от полной поверхности пирамиды?
14. Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности прямой призмы.
15. Сформулируйте теорему о вычислении боковой поверхности правильной пирамиды.
16. Назовите предметы из вашей профессиональной деятельности, которые имеют формы многогранников.
17. Какие многогранники называются правильными? Перечислите правильные многогранники.
18. Продолжите определение: «Цилиндр – это...».
19. Продолжите определение: «Конус – это...».
20. Продолжите определение: «Усеченный конус – это...».
21. Продолжите определение: «Шар – это...».
22. Что является высотой усеченного конуса?
23. Что является осевым сечением цилиндра, конуса, усеченного конуса, шара?
24. Перечислите единицы измерения площади, объема.
25. Чему равно отношение площадей поверхностей подобных фигур в пространстве?
26. Чему равно отношение объемов подобных фигур в пространстве?
27. Назовите предметы из вашей профессиональной деятельности, которые имеют формы тел вращения.

### 3.6 Первообразная функции, ее применение

#### Контрольная работа по теме:

##### Вариант № 1

1. Найдите критические (стационарные) точки функции  $f(x)=2x^3-9x^2-60x+127$ .
2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y=2x^3-3x^2-12x+24$  на отрезке  $[-2;1]$ .
3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x)=2x^2-5x+1$ , в точке графика с абсциссой  $x_0=2$ .
4. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции  $f(x)=x^2+3x$  и прямыми  $x=0$ ,  $x=1$ .
5. Первообразная функции  $f(x)=3x^2+2x$  при  $x=1$  принимает значение 81. Найдите ее значение при  $x=-1$ .

##### Вариант № 2

1. Найдите критические (стационарные) точки функции  $f(x)=2x^3+3x^2-72x-213$ .
2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $y=x^3-9x^2+24x-15$  на отрезке  $[1;3]$ .
3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x)=3x^2-4x-2$ , в точке графика с абсциссой  $x_0=-1$ .
4. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции  $f(x)=2x^2+x$  и прямыми  $x=0$ ,  $x=1$ .
5. Первообразная функции  $f(x)=4x^3+2x$  при  $x=1$  принимает значение 25. Найдите ее значение при  $x=2$ .

#### Эталоны ответов

##### Вариант № 1

1.  $f(x)=2x^3-9x^2-60x+127$

Решение:

1)  $f'(x)=6x^2-18x-60$

2)  $f'(x)=0 \Rightarrow 6x^2-18x-60=0$

$x^2-3x-10=0$

По теореме, обратной теореме Виета:

$x_1+x_2=3$

$x_1 \cdot x_2=-10$

$x_1=-2, x_2=5$

Ответ:  $x_1=-2, x_2=5$

2.  $y=2x^3-3x^2-12x+24, [-2;1]$

Решение:

1)  $y'=6x^2-6x-12$

2)  $y'=0 \Rightarrow 6x^2-6x-12=0$

$x^2-x-2=0$

По теореме, обратной теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 * x_2 = -2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

3) Отрезку  $[-2; 1]$  принадлежит только точка  $x_1 = -1$ .

$$y(-2) = -16 - 12 + 24 + 24 = 20$$

$$y(-1) = -2 - 3 + 12 + 24 = 31$$

$$y(1) = 2 - 3 - 12 + 24 = 11$$

Ответ:  $y_{\text{наиб}} = 31$  при  $x = -1$ ,  $y_{\text{наим}} = 11$  при  $x = 1$

3.  $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ , в точке графика с абсциссой  $x_0 = 2$

Решение:

$$1) f'(x) = 4x - 5$$

$$2) f(2) = 8 - 10 + 1 = -1, f'(2) = 8 - 5 = 3$$

$$3) y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y = -1 + 3(x - 2)$$

$$y = 3x - 7$$

Ответ:  $y = 3x - 7$

4.  $f(x) = x^2 + 3x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$

Решение:

$$S = \int_0^1 (x^2 + 3x) dx = \left( \frac{x^3}{3} + 3 \cdot \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 0 = \frac{11}{6} = 1 \frac{5}{6}$$

Ответ:  $S = 1 \frac{5}{6}$

5.  $f(x) = 3x^2 + 2x$ ,  $F(1) = 81$ .  $F(-1) = ?$

Решение:

$$F(x) = x^3 + x^2 + C$$

$$F(1) = 1 + 1 + C, F(1) = 81 \Rightarrow C = 79$$

$$F(-1) = -1 + 1 + 79 = 79$$

Ответ:  $F(-1) = 79$

## Вариант № 2

1.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 72x - 213$

Решение:

$$1) f'(x) = 6x^2 + 6x - 72$$

$$2) f'(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 + 6x - 72 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

По теореме, обратной теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$x_1 * x_2 = -12$$

$$x_1 = -4, x_2 = 3$$

Ответ:  $x_1=-4$ ,  $x_2=3$

2.  $y=x^3-9x^2+24x-15$ ,  $[1;3]$

Решение:

1)  $y'=3x^2-18x+24$

2)  $y'=0 \Rightarrow 3x^2-18x+24=0$

$x^2-6x+8=0$

По теореме, обратной теореме Виета:

$x_1+x_2=6$

$x_1 \cdot x_2=8$

$x_1=2$ ,  $x_2=4$

3) Отрезку  $[1;3]$  принадлежит точка  $x_1=2$ .

$y(1)=1-9+24-15=1$

$y(2)=8-36+48-15=5$

$y(3)=27-81+72-15=3$

Ответ:  $y_{\text{наиб}}=5$  при  $x=2$ ,  $y_{\text{наим}}=1$  при  $x=1$

3.  $f(x)=3x^2-4x-2$ , в точке графика с абсциссой  $x_0=-1$

Решение:

1)  $f'(x)=6x-4$

2)  $f(-1)=3+4-2=5$ ,  $f'(-1)=-6-4=-10$

3)  $y=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$

$y=5-10(x+1)$

$y=-10x-5$

Ответ:  $y=-10x-5$

4.  $f(x)=2x^2+x$ ,  $x=0$ ,  $x=1$

Решение:

$$S = \int_0^1 (2x^2 + x) dx = \left( 2 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 0 = \frac{7}{6} = 1 \frac{1}{6}$$

Ответ:  $S = 1 \frac{1}{6}$

5.  $f(x)=4x^3+2x$ ,  $F(1)=25$ .  $F(2)=?$

Решение:

$F(x)=x^4+x^2+C$

$F(1)=1+1+C$ ,  $F(1)=25 \Rightarrow C=23$

$F(2)=16+4+25=45$

Ответ:  $F(2)=45$

### Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Функция  $F(x)$  называется ...».
2. Раскройте геометрический смысл определенного интеграла.
3. Продолжите определение: «Криволинейная трапеция – это...».

4. Сформулируйте формулу Ньютона-Лейбница.
5. В чем заключается общий вид всех первообразных?
6. Перечислите правила вычисления интегралов.

### 3.7 Степени и корни. Степенная функция

#### Контрольная работа

#### I вариант

- 1) Найдите область определения функции: (3 балла)
  - а)  $y = 7x^3 + 2x^2 - 13$ ;
  - б)  $y = \sqrt{x-5}$ ;
  - в)  $y = \frac{x+2}{x-1}$ .
- 2) Определите чётность или нечётность функции: (2 балла)
  - а)  $y = x^3 + x$ ;
  - б)  $y = 3x^4$ .
- 3) а) Постройте график функции:  $y = \frac{6}{x}$  (3 балла)
- б) Какая это функция: убывающая или возрастающая? (1 балл)
- 4) Решите уравнение:  $5^{x-2} = 25$  (2 балла)
- 5) Вычислите:  $2^3 + 49^{\frac{1}{2}} - 3,1^0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \sqrt[4]{81}$ . (2 балла)

13 баллов – «5»

11 – 12 баллов – «4»

7 – 10 баллов – «3».

#### Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте определение степенной функции.
2. Перечислите свойства степенной функции с целым показателем.
3. Перечислите свойства степени с действительным показателем. Приведите примеры.
4. Перечислите свойства корня натуральной степени. Приведите примеры
5. На что необходимо обратить внимание при решении иррационального уравнения четной степени?
6. Чему равен корень четной степени из отрицательного числа? Приведите пример.
7. Чему равен корень нечетной степени из отрицательного числа? Приведите пример.

8. На что стоит обратить внимание при решении иррациональных, дробно-рациональных уравнений и неравенств?

### 3.7 Степени и корни. Степенная функция

#### Контрольная работа

##### Вариант 1

1. Решите уравнение:

а)  $2^{4x-7} = 1$     б)  $\left(\frac{1}{17}\right)^{2x+5} = 289^x$     в)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{12-3x} = 64$

г)  $25^x + 4 \cdot 5^x - 5 = 0$     д)  $2 \cdot 3^{2x+1} + 3^{2x-1} - 5 \cdot 3^{2x} = 36$

е)  $9 \cdot 7^x - 7 \cdot 9^x = 0$

2. Решите неравенство:

а)  $5^{4-x} \geq 125$     б)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4+x} < 1$

3. Решите неравенство

а)  $16^{\frac{2}{x}-1} + 2 \cdot 4^{\frac{2}{x}-1} - 1,25 \geq 0$     б)  $\frac{4^x - 2^{x+3} + 2 - 2^{x-2}}{x^2 - 11} \geq 0$

##### Вариант 2

1. Решите уравнение:

а)  $24^{-x-2} = 1$     б)  $\left(\frac{1}{12}\right)^{2x+17} = 144^x$     в)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} = 27$

г)  $36^x - 5 \cdot 6^x - 6 = 0$     д)  $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 17$

е)  $5 \cdot 3^x = 3 \cdot 5^x$

2. Решите неравенство:

а)  $3^{2+x} \leq 81$     б)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{8-5x} > 1$

3. Решите неравенство

а)  $49^{\frac{7}{x}-1} + 7^{\frac{7}{x}-1} - 2 \geq 0$     б)  $\frac{9^x - 3^{x+4} + 27 - 3^{x-1}}{x^2 - 3} \geq 0$

Эталон ответов:

##### Вариант 1

1. а) 1,75    б) -1,25    в) 5    г) 0    д) 1,5    е) 1

2. а)  $x \in (-\infty; 1]$       б)  $x \in (4; +\infty)$   
 3. а)  $x \in (0; 4]$       б)  $x \in (-\infty; -\sqrt{11}) \cup [-2; 3] \cup (\sqrt{11}; +\infty)$

#### Вариант 2

1. а) -2      б) -4,25      в) 2      г) 1      д) 2      е) 1  
 2. а)  $x \in (-\infty; 2]$       б)  $x \in (1,6; +\infty)$   
 3. а)  $x \in (0; 7]$       б)  $x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup [-1; \sqrt{3}) \cup [4; +\infty)$

#### **Теоретические вопросы:**

1. Сформулируйте определение степенной функции.
2. Перечислите свойства степенной функции с целым показателем.
3. Перечислите свойства степени с действительным показателем. Приведите примеры.
4. Перечислите свойства корня натуральной степени. Приведите примеры
5. На что необходимо обратить внимание при решении иррационального уравнения четной степени?
6. Чему равен корень четной степени из отрицательного числа? Приведите пример.
7. Чему равен корень нечетной степени из отрицательного числа? Приведите пример.
8. На что стоит обратить внимание при решении иррациональных, дробно-рациональных уравнений и неравенств?

### **3.8 Показательная функция**

#### **Теоретические вопросы:**

1. Сформулируйте определение показательной функции.
2. Перечислите свойства показательной функции.
3. Перечислите способы решения показательных уравнений.
4. Сформулируйте правило решения простейших показательных неравенств.
5. В чем заключается графический способ решения уравнений.
6. Приведите пример функциональной зависимости показательной функции из реальной жизни.

#### **Контрольная работа**



## Вариант 1

1. Постройте график функции  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 4$  и перечислите её свойства.
2. Решите уравнение  $6^x \cdot \left(\frac{1}{36}\right)^{4-3x} = \frac{1}{216}$ .
3. Решите уравнение  $4^{x-3} = 8 - x$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[4]{\frac{125^{3x-5}}{64^{3x-5}} - \left(1\frac{9}{16}\right)^{1+x}}$ .
5. Найдите область определения функции  $y = \frac{x^2 - 64}{25^{x+0,5} + 4 \cdot 5^x - 1}$ .
6. Решите неравенство  $8^{3x^2-x-2} \leq 1$ .
7. Решите неравенство  $4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} > 117$ .

### Задания повышенной сложности

8. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{49}\right)^x > 48 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x + 49$ .
9. Решите неравенство  $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{3-4x} - 243}{x^2 + 14x + 49} \leq 0$ .
10. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 2^x = \frac{3y+1}{y-4}, \\ y = \frac{3 \cdot 2^x - 8}{2^x + 1}. \end{cases}$$

## Вариант 2

1. Постройте график функции  $y = 4^x - 4$  и перечислите её свойства.
2. Решите уравнение  $5^x \cdot (0,2)^{-4x+7} = 1$ .
3. Решите уравнение  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = 8 + x$ .
4. Найдите область определения функции  $y = \sqrt[8]{\left(3\frac{3}{8}\right)^{2-x} - \frac{9^{4x+1}}{4^{4x+1}}}$ .
5. Найдите область определения функции  $y = \frac{144 - x^2}{49^x - 14 \cdot 7^{x-1} - 35}$ .
6. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{5}\right)^{5x^2} < \left(\frac{1}{5}\right)^{6x-1}$ .
7. Решите неравенство  $4^x - 3 \cdot 4^{x-2} \leq 13$ .

### Задания повышенной сложности

8. Решите неравенство  $25^x + 5^{x+1} \leq 50$ .

9. Решите неравенство  $\frac{x^2 - 16x + 64}{10 - (0,001)^{1-2x}} \leq 0$ .

10. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2^x = \frac{2y+2}{1-y}, \\ y = \frac{2^x+3}{5 \cdot 2^x+1}. \end{cases}$

### Эталоны ответов

Вариант 1	
№ 2	$\frac{2}{3}$
№ 3	4
№ 4	$\left[2\frac{3}{7}; \infty\right)$
№ 5	$(-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$
№ 6	$\left[-\frac{2}{3}; 1\right]$
№ 7	$(-\infty; 3)$
№ 8	$(-\infty; -2)$
№ 9	$(-\infty; -7) \cup (-7; 2]$
№ 10	$(0; -2,5)$

Вариант 2	
№ 2	1,4
№ 3	1
№ 4	$\left(-\infty; \frac{4}{11}\right]$
№ 5	$(-\infty; 1) \cup (1; \infty)$
№ 6	$(-\infty; 0,2) \cup (1; \infty)$
№ 7	$(-\infty; 2]$
№ 8	$(-\infty; 1]$
№ 9	$\left[\frac{2}{3}; 8\right) \cup (8; \infty)$
№ 10	$\left(2; \frac{1}{3}\right)$

### 3.9 Логарифмы. Логарифмическая функция

#### Теоретические вопросы:

1. Сформулируйте определение логарифмической функции.
2. Перечислите свойства логарифмической функции.
3. Продолжите определение: «Логарифм – это...».

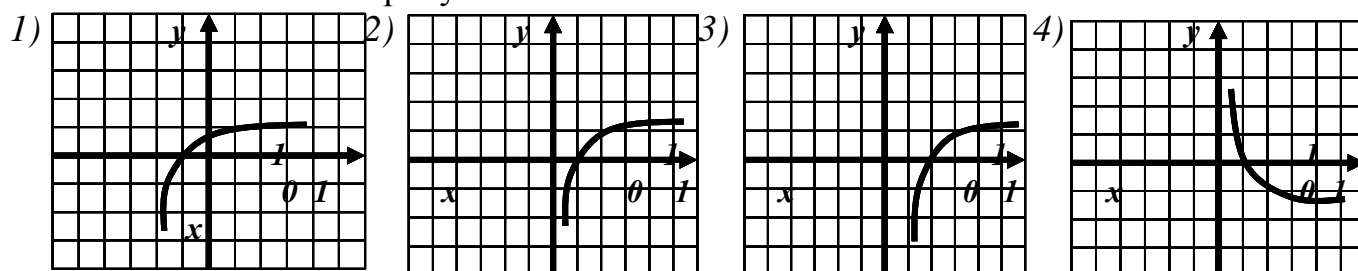
4. Чему равен логарифм произведения?
5. Чему равен логарифм частного?
6. Приведите примеры логарифмической спирали в природе и в окружающем
7. На что стоит обратить внимание при решении логарифмических и уравнений и неравенств?
6. Перечислите способы решения логарифмических уравнений.
7. Сформулируйте правило решения простейших логарифмических неравенств.
8. В чем заключается графический способ решения уравнений.
6. Приведите пример функциональной зависимости логарифмической функции из реальной жизни.

### Контрольная работа

#### Вариант 1

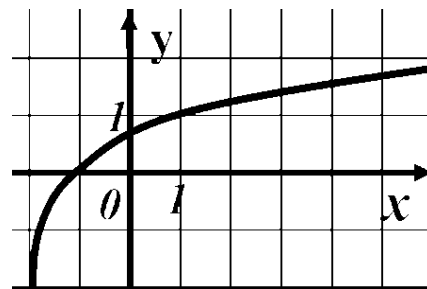
1. Вычислите  $\log_5 \frac{1}{625}$ .
2. Вычислите  $\log_{20} 100 + \log_{20} 16 + \log_{20} 5$ .
3. Вычислите  $\log_6 \frac{1}{24} - \log_6 9$ .
4. Решите уравнение  $\log_{1,5}(x-1)=2$ .
5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\log_2(x-1)^3=6$
6. Найдите сумму корней уравнения  $\log_3(1-x^2)=\log_3(2x(x+1))$ .
7. Решите неравенство  $\log_{0,25}(2-0,5x) > -1$ .
8. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}(1-0,5x) \leq -1$ .
9. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} \geq 4$ .

A10. На одном из рисунков изображен график функции  $y = \ln x$ . Укажите этот рисунок.



11. График какой функции изображен на рисунке?

- 1)  $y = \log_3(x+2)$ ;      2)  $y = \log_3(x-2)$   
 3)  $y = \log_3(2-x)$       4)  $y = \log_2(\tilde{o}+2)$ .

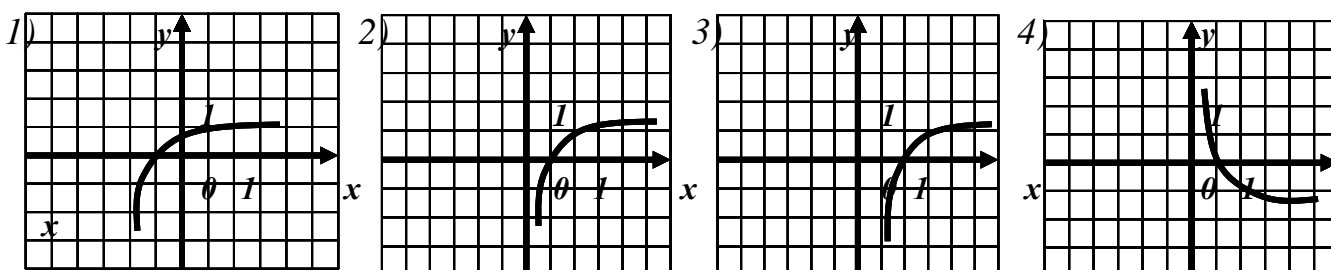


12. Какая функция является убывающей?

- 1)  $y=2^x$ ;      2)  $y = \log_{1,15} x$ ;      3)  $y = \log_{0,5} x$ ;      4)  $y = \log_{\frac{3}{2}} x$ .

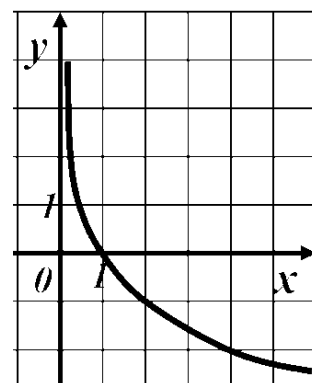
### Вариант 2

- Вычислите:  $\log_7 343$ .
- Вычислите:  $\log_7 2058 - \log_7 6$ .
- Вычислите:  $\log_{11} \sqrt[3]{121}$ .
- Решите уравнение  $\log_2(x-1)=3$ .
- Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\log_{0,3}(13+2x)=\log_{0,3}(1-x)$ .
- Найдите сумму корней уравнения  $\lg(5x-6)=2\lg x$ .
- Решите неравенство  $\log_{0,5}(1-0,5x) > -3$ .
- Найдите число целых решений неравенства  $\log_5(5-2x) < 1$ .
- Решите неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} \geq 4$ .
- На каком из рисунков изображен график функции  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  ?



A11. График какой функции изображен на рисунке?

- 1)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ;      2)  $y = \log_2 x$ ;  
 3)  $y = \log_{0,2} x$  ;      4)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ .



A12. Какая функция является убывающей?

$$1) y=0,2^x; \quad 2) y=\log_{1,1} x; \quad 3) y=-\log_{0,5} x; \quad 4) y=\log_{\frac{5}{4}} x.$$

Эталон ответов:

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-4	3	-3	3,25	(0;6)	1/3	(-4; 4)	$(-\infty; -2]$	$(-\infty; -4]$	2	1	3
2	3	3	2/3	9	3	1	(-14;2)	2	$(-\infty; -4]$	4	4	1

### 3.10 Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

#### Теоретические вопросы:

1. Продолжите определение: «Случайное событие – это...». Приведите пример.
2. Приведите пример достоверного события.
3. Приведите пример невозможного события.
4. Продолжите определение: «Вероятность случайного события – это...».
5. Сформулируйте правило нахождения сложения вероятностей.
6. Сформулируйте правило умножения вероятностей.
7. Как найти среднее арифметическое числового ряда?
8. Как найти медиану числового ряда?
9. Как вычисляется размах числового ряда?
10. Для чего нужны диаграммы, графики? Перечислите виды диаграмм.
11. Приведите примеры проявления закона больших чисел в природных явлениях.
12. Приведите примеры проявления закона больших чисел в общественных явлениях.
13. Что изучает статистика?
14. Продолжите определение: «Сочетание – это...».
15. Продолжите определение: «Размещение – это...».
16. Продолжите определение: «Перестановки – это...».
17. Приведите пример множества из реальной жизни.
18. Приведите пример операции пересечения множеств.
19. Приведите пример операции объединения множеств.
20. Приведите пример операции разности множеств.
21. Раскройте понятия «граф», «дерево», «цикл».

#### Контрольная работа

Задача 1. В группе 30 студентов. Необходимо выбрать старосту, заместителя старосты и профорга. Сколько существует способов это сделать?

Задача 2. Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?

Задача 3. В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий

должно быть сыграно в турнире, если между любыми двумя участниками должна быть сыграна одна партия?

Задача 4. В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются 3 фрукта. Какова вероятность, что все три фрукта – апельсины?

Задача 5. Шесть клиентов случайным образом обращаются в 5 фирм. Найти вероятность того, что, хотя бы в одну фирму никто не обратится.

Задача 6. Точку наудачу бросили на отрезок  $[0; 2]$ . Какова вероятность ее попадания в отрезок  $[0,5; 1,4]$ ?

Задача 7. Среди сотрудников фирмы 28% знают английский язык, 30% – немецкий, 42% – французский; английский и немецкий – 8%, английский и французский – 10%, немецкий и французский – 5%, все три языка – 3%. Найти вероятность того, что случайно выбранный сотрудник фирмы: а) знает английский или немецкий; б) знает английский, немецкий или французский; в) не знает ни один из перечисленных языков.

Задача 8. В одном ящике 3 белых и 5 черных шаров, в другом ящике – 6 белых и 4 черных шара. Найти вероятность того, что, хотя бы из одного ящика будет вынут белый шар, если из каждого ящика вынуто по одному шару.

Задача 9. Три экзаменатора принимают экзамен по некоторому предмету у группы в 30 человек, причем первый опрашивает 6 студентов, второй — 3 студентов, а третий — 21 студента (выбор студентов производится случайным образом из списка). Отношение трех экзаменаторов к слабо подготовившимся различное: шансы таких студентов сдать экзамен у первого преподавателя равны 40%, у второго — только 10%, у третьего — 70%. Найти вероятность того, что слабо подготовившийся студент сдаст экзамен.

Задача 10 (см. задачу 9). Пусть известно, что студент не сдал экзамен, т.е. получил оценку «неудовлетворительно». Кому из трех преподавателей вероятнее всего он отвечал?

Задача 11. Известно, что процент брака для некоторой детали равен 0,5%. Контролер проверяет 1000 деталей. Какова вероятность обнаружить ровно три бракованные детали? Какова вероятность обнаружить не меньше трех бракованных деталей?

Задача 12. Страховая компания заключила 40000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому из них в течение года составляет 2%. Найти вероятность, что таких случаев будет не более 870.

### Эталон ответов

№ задания	ответ
1	24360
2	5040
3	120
4	0,12
5	0,8848
6	0,45

7	а)0,5; б)0,8; в)0,2
8	$\frac{3}{4}$
9	0,58
10	0,5
11	0,875
12	0,9938

### 3.11 Уравнения и неравенства

#### Теоретические вопросы:

1. Что называется уравнением?
2. Что значит решить уравнение?
3. Что такое корень уравнения?
4. Что называется неравенством?
5. Что значит решить неравенство?
6. В чем заключается «метод интервалов»?
7. Что называется решение системы уравнений?
8. Что значит решить систему уравнений?
9. При решении каких уравнений и неравенств, следует обратить внимание на область допустимых значений?
10. Перечислите способы решения уравнений.
11. Перечислите способы решения систем уравнений.

#### Контрольная работа

##### Обязательная часть

*При решении заданий 1-4 запишите правильный ответ из четырех предложенных:*

1. (1 балл) Какое из чисел является корнем уравнения  $\log_2(x+1)=1$ ? А) -1; Б) 2; В) 1; Г) 0.
2. (1 балл) Какие из уравнений имеют более одного корня? А)  $x^2-6x+5=0$ ; Б)  $3^{x+2}=9$ ; В)  $(x-4)(x+3)(x-8)=0$ ; Г)  $2x-7=0$ .
3. (1 балл) Определите вид уравнения  $\sqrt{-32-x}=2$ .  
а) линейное; б) квадратное; в) иррациональное; г) рациональное.
4. (1 балл) Определите наименьшее целое решение неравенства  $5^{x+2}<1$ ?  
а) -3; б) 0; в) 3; г) -4.

При выполнении заданий 5-8 запишите ход решения и полученный ответ.

5. (2 балла) Найдите корень уравнения  $|x-3|=2$
6. (2 балла) Решите систему уравнений .  

$$\begin{cases} x-y=8, \\ 2^x-3^y=16 \end{cases}$$

7. (2 балла) Решите неравенство

$$\frac{2x^2 - 5x}{x - 3} \leq x. \underline{\hspace{2cm}}$$

8. (2 балла) Решите уравнение  $(2x - 3)\sqrt{3x^2 - 5x - 2} = 0$

### Дополнительная часть

*При выполнении задания 9 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.*

9. (3 балла) Решите уравнение  $2\sin^2 x - \sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ . Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

### Эталоны ответов:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	В	А, В	В	А	1; 5	(10; 2)	$(-\infty; 0] \cup [2; 3]$	$-\frac{1}{6}$	$2\pi, \frac{7\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, 3\pi$ .



#### 4. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации (экзамен)

##### ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Понятие числовой функции. Основные понятия.
2. Способы задания функций. Возрастающая и убывающая функции.
3. Ограниченность функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.
4. Выпуклость функций. Четность, нечетность.
5. Обратимая и обратная функции.
6. График обратной функции.
7. Радианное измерение углов.
8. Единичная окружность на координатной плоскости.
9. Функция  $y = \sin x$  и ее свойства.
10. Функция  $y = \cos x$  и ее свойства.
11. Функция  $y = \operatorname{tg} x$  и ее свойства.
12. Функция  $y = \operatorname{ctg} x$  и ее свойства.
13. Основные тригонометрические тождества.
14. Понятие периода, периоды тригонометрических функций.
15. Формулы двойного и половинного угла.
16. Графики тригонометрических функций и их преобразования.
17. Обратные тригонометрические функции.
18. Решение тригонометрических уравнений методом сведения к квадратному уравнению, группировки и решение однородных уравнений.
19. Решение тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности.
20. Свойства показательной функции.
21. Понятие корня, степень с дробно-рациональным показателем.
22. Иррациональные уравнения.
23. Логарифмы и их свойства. Натуральный и десятичный логарифм.
24. Свойства логарифмической функции.

25. Показательные уравнения. Их решение методами уравнивания оснований, группировки, сведением к квадратному уравнению.
26. Основные принципы решения показательных неравенств.
27. Логарифмические уравнения. Их решение методами потенцирования, группировки, сведением к квадратному уравнению.
28. Основные принципы решения логарифмических неравенств.
29. Аксиомы стереометрии и их следствия.
30. Параллельность прямых в пространстве.
31. Параллельность прямой и плоскости в пространстве.
32. Параллельность плоскостей.
33. Перпендикулярность прямых в пространстве.
34. Перпендикулярность прямой и плоскости в пространстве. Теорема о трех перпендикулярах.
35. Перпендикулярность плоскостей.
36. Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые.
37. Двугранный угол.
38. Тетраэдр.
39. Параллелепипед.
40. Понятие вектора в пространстве. Компланарные вектора.
41. Координаты точки и вектора в пространстве.
42. Сумма и разность векторов.
43. Умножение вектора на число.
44. Скалярное произведение векторов.
45. Понятие предела и его свойства.
46. Раскрытие неопределенности вида  $\frac{\infty}{\infty}$ .
47. Понятие производной и ее свойства.
48. Производные основных элементарных функций.
49. Производная произведения, частного и суммы.
50. Производная сложной функции.

51. Непрерывная функция.
52. Построение касательной к графику функции.
53. Промежутки монотонности и экстремумы функции.
54. Точки перегиба и характер выпуклости функции.
55. Наибольшее и наименьшее значение функции.
56. Общая схема исследования графика функции.
57. Понятие многогранника, правильные многогранники.
58. Вычисление объема многогранника.
59. Цилиндр и конус, площадь поверхности и объем.
60. Сфера и шар, площадь поверхности и объем.
61. Понятие первообразной и ее основные свойства.
62. Первообразные основных элементарных функций.
63. Понятие определенного интеграла и его свойства.
64. Формула Ньютона-Лейбница.
65. Площадь криволинейной трапеции.
66. Объем тела вращения.
67. Способы задания статистической информации.
68. Среднее значение и дисперсия.
69. Понятие вероятности события. Основные свойства.
70. Классическая и геометрическая вероятность.
71. Формулы комбинаторики: сочетания, размещения и перестановки.
72. Бином Ньютона.
73. Независимые и несовместные события.
74. Схема и формула Бернулли.
75. Понятие уравнения, его решения и равносильных уравнений.
76. Теоремы о равносильности уравнений.
77. Общие методы решения уравнений (линейных, иррациональных, квадратных, кубических, тригонометрических, показательных, логарифмических, с модулем).
78. Понятие неравенства с одной переменной и его решения.

79. Теоремы о равносильности неравенств.
80. Уравнения с двумя переменными. Диофантовы уравнения.
81. Основные принципы решения текстовых задач.
82. Понятие системы и совокупности уравнений.
83. Методы решения систем уравнений: подстановки, замены переменных и сложения.
84. Системы и совокупности неравенств: понятие и основные методы решения.
85. Основные принципы решения уравнений с параметром.

### **ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ К ЭКЗАМЕНУ**

1. Исследовать функцию на ограниченность  $y = \sqrt{16 - x^2}$ .
2. Прочитать график функции  $f(x) = \begin{cases} x^2, -2 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x-4}, 0 \leq x \leq 5. \\ \frac{1}{x}, 5 \leq x \leq 7 \end{cases}$ .
3. Исследовать функцию на четность, нечетность  $y = \frac{x+1}{x^2-7}$ .
4. Доказать, что для заданной функции существует обратная и найти ее.  $y = x^3$ .
5. Найти значения остальных тригонометрических функций, если

$$\sin t = \frac{4}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < t < \pi,$$

$$\cos t = 0,8, \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}.$$

6. Доказать тождество  $\frac{\cos^2 t}{1 - \sin t} - \sin t = 1$ .
7. Вычислите с помощью формул приведения

$$\cos(-9\pi) + 2\sin\left(-\frac{49\pi}{6}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{21\pi}{4}\right).$$

8. Докажите тождество

$$\frac{\sin(\pi-t)}{\operatorname{tg}(\pi+t)} * \frac{\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2}-t)}{\operatorname{tg}(\frac{\pi}{2}+t)} * \frac{\cos(2\pi-t)}{\sin(-t)} = \sin t.$$

9. Упростите выражение  $\frac{\sin^2 t}{1+\cos t} + \cos t = 1$ .

10. Постройте график функции  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$ .

11. Постройте график функции  $y = -\sin x + 3$ .

12. Вычислить  $\arccos(-1) + \arccos 0$ .

13. Решите уравнение  $\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

14. Решите уравнение  $6\cos^2 t + 5\cos t + 1 = 0$ .

15. Решите уравнение  $\sin^2 t + 2\sin t \cos t - 3\cos^2 t = 0$ .

16. Решите неравенство  $\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

17. Вычислите  $\sqrt[3]{\sqrt{17}+3} * \sqrt[3]{\sqrt{17}-3}$ .

18. Сократите дроби, если переменные принимают только положительные значения  $\frac{\sqrt{b}+2a^4\sqrt{a^2b}+a^3}{a\sqrt{a}+^4\sqrt{b}}$ .

19. Решите уравнение  $\sqrt{2x+4}=14$ .

20. Решите уравнение  $0,4^{4-5x} = 0,16\sqrt{0,4}$ .

21. Решите уравнение  $\sqrt{625} * \sqrt{5^{14x-9}} = \sqrt[6]{125 * 5^{6x-12}}$ .

22. Решите уравнение  $(0,25)^x + 1,5 * (0,5)^x - 1 = 0$ .

23. Решите уравнение  $35^{4x+2} = 5^{3x+4} 7^{5x}$ .

24. Решите уравнение  $5 * 3^{2x} + 7 * 15^x - 6 * 25^x = 0$ .

25. Решите неравенство  $(0,09)^{5x-1} < 0,3^{x+7}$ .

26. Решите неравенство  $5^{2x} + 4 * 5^x - 5 \geq 0$ .

27. Вычислите  $(\log_2 2 + 3\log_3 0,25): (\log_3 28 - \log_3 7)$ .

28. Вычислите  $x$  по его логарифму  $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \frac{7}{9} + \log_{\frac{1}{3}} 21 - 2\log_{\frac{1}{3}} 7$ .

29. Решите уравнение  $\log_{0,2}(12x+8) = \log_{0,2}(11x+7)$ .

30. Решите уравнение  $\log_{0,2}(-x^2 + 4x + 5) = \log_{0,2}(-x - 31)$ .
31. Решите уравнение  $\lg^2 x - \lg x + 1 = \frac{9}{\lg 10x}$ .
32. Решите неравенство  $\log_3(8 - 6x) \leq \log_3 2x$ .
33. Решите неравенство  $3\log_{\frac{1}{3}}^2 x + 5\log_{\frac{1}{3}} x - 2 > 0$ .
34. Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости.
35. Точки А и В лежат в плоскости  $\alpha$ , а точка С не лежит в этой плоскости. Докажите, что прямая проходящая через середины отрезков АС и ВС, параллельна плоскости  $\alpha$ .
36. Докажите, что если АВ и CD скрещивающиеся прямые, то AD и BC также скрещивающиеся прямые.
37. Точка В не лежит в плоскости треугольника ADC, точки М, N и Р – середины отрезков ВА, ВС и BD соответственно. Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны.
38. В треугольнике ABC дано: угол С равен  $90^\circ$ , AC=6 см, BC=8 см, CM – медиана. Через вершину С проведена прямая СК, перпендикулярная к плоскости треугольника ABC, причем СК=12 см. Найдите KM.
39. Концы отрезка отстоят от плоскости  $\alpha$  на расстояниях 1 см и 4 см. Найдите расстояние от середины отрезка до плоскости  $\alpha$ .
40. Докажите, что если все ребра тетраэдра равны, то все его двугранные углы равны. Найдите эти углы.
41. Справедливо ли утверждение: два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, коллинеарные между собой.
42. Дан тетраэдр ABCD. Докажите, что  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$ .
43. Диагонали параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  пересекаются в точке О. Разложите векторы  $\overrightarrow{CD}$  и  $\overrightarrow{D_1 O}$  по векторам  $\overrightarrow{AA_1}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AD}$ .

44. Даны координаты четырех вершин куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ :  $A(0,0,0)$ ,  $B(0,0,1)$ ,  $D(0,1,0)$  и  $A_1(1,0,0)$ . Найдите координаты остальных вершин куба.

45. Даны векторы  $\vec{a}=(1,-1,2)$ ,  $\vec{b}=(-1,1,1)$  и  $\vec{c}=(5,6,2)$ . Вычислите  $\vec{a}\vec{c}$ ,  $\vec{a}\vec{b}$ ,  $\vec{b}\vec{c}$  и  $\vec{a}\vec{a}$ .

46. Найдите координаты точек, в которые переходит точка  $A(0,1,2)$  при центральной симметрии относительно начала координат, при осевой симметрии относительно оси  $Ox$  и зеркальной симметрии относительно плоскости  $xOy$ .

47. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2+4x-3}{5x^2+2x+1}$ .

48. Найдите приращение функции  $y = \sqrt{x}$  при переходе от точки  $x_0 = 1$  к точке  $x_1 = x_0 + \Delta x$ , если  $\Delta x = 0,44$ .

49. Найти производную функции  $y = 8\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ .

50. Найти производную функции

$$y = 2 \cos x + \sin x.$$

51. Найти производную функции  $y = \sqrt{x}(x^4 + 2)$ .

52. Найти производную функции

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

53. Найти производную функции  $y = \sin(5 - 3x)$ .

54. Найти производную функции

$$y = \sqrt{50 - 0,2x}.$$

55. Найти производную функции в заданной точке  $y = \frac{\ln x}{x}$ ,  $x_0 = 1$ .

56. Найти производную функции в заданной точке  $y = e^{0,5x-3}$ ,  $x_0 = 4$ .

57. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке  $f(x) = 0,1e^x - 10x$ ,  $x_0 = 0$ .

58. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = a$ , если

$$f(x) = x^3 - 3x + 5, a = -1.$$

59. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = a$ , если  $f(x) = \sqrt{7 - 2x}$ ,  $a = 3$ .

60. Найти промежутки монотонности и экстремумы функции

$$y = 11 - 5x - x^3.$$

61. Найти промежутки монотонности и экстремумы функции  $y = \sqrt{2x - 1} - x$ .

62. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке

$$y = \frac{3}{x}, [0,3; 2].$$

63. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке  $y = -3x^2 + 6x - 10, [-2; 9]$ .

64. Произведение двух положительных чисел равно 484. Найдите эти числа, если известно, что их сумма принимает наибольшее значение.

65. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите высоту цилиндра и площадь его основания.

66. Найдите высоту конуса, если площадь его осевого сечения равна 6 дм<sup>2</sup>, а площадь основания равна 8 дм<sup>2</sup>.

67. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением  $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ .

68. Площадь сечения сферы, проходящего через ее центр, равна 9 м<sup>2</sup>. Найдите площадь сферы.

69. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , если  $AC_1 = 1$  м, угол  $C_1 AB = 60^\circ$ .

70. Наибольшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна 8 см и составляет с боковым ребром угол  $30^\circ$ . Найдите объем призмы.

71. Радиусы оснований усеченного конуса равны 3 м и 6 м, а образующая равна 5 м. Найдите объем усеченного конуса.

72. Найдите объем шарового сегмента, если радиус окружности его основания равен 60 см, а радиус шара равен 75 см.



73. Докажите, что функция  $y = F(x)$  является первообразной функции  $y = f(x)$  )  $F(x) = 5\cos x, f(x) = -5\sin x$ .

74. Для функции  $y = f(x)$  найдите хотя бы одну первообразную

$$f(x) = -13\sin x + \frac{5}{\cos^2 x}.$$

75. Для функции  $y = f(x)$  найдите хотя бы одну первообразную

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{42-3x}}.$$

76. Для данной функции найти первообразную, проходящую через заданную точку  $y = \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{3}}, M\left(\frac{3\pi}{4}; 0\right)$ .

77. Точка движется по координатной прямой, ее скорость задана формулой  $v = 1 + 2t, t$  - время движения. Найдите закон движения, если известно, что в момент времени  $t=2$  координата точки равнялась 5.

78. Вычислите  $\int_{-2}^1 -2e^x dx$ .

79. Вычислите  $\int_{\frac{2}{3}}^{11} 5\sqrt[5]{3x-1} dx$ .

$$\int_0^1 \frac{0,1}{x+1} dx$$

80. Вычислите

81. Вычислите  $\int_1^2 \left(e^{2x} + \frac{2}{x}\right) dx$ .

82. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^4, y = 0, x = -1, x = 2$ .

83. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = -x^2 + 4x, y = 0.$$

84. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 0, x = -2, x = 0, y = e^{-x}.$$

86. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2 + 2x - 3, y = -x^2 + 2x + 5$$

### Критерии оценивания экзаменационных заданий

1. Уровень освоения	Критерии
85-100 баллов (отлично)	Ставится, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает материал, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с дополнительными задачами, вопросами и другими видами применения материала, излагаемого в вопросе, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
70-84 балла (хорошо)	Выставляется, если студент грамотно и по существу излагает учебный материал, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, с некоторым затруднением отвечает на дополнительные вопросы.
50-69 баллов (удовлетворительно)	Ставится, если студент при ответе на вопрос демонстрирует знание только основного материала, но при этом не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ, плохо

	ориентируется в изучаемой теме, не отвечает на дополнительные вопросы.
49 баллов и менее (неудовлетворительно)	Ставится, если студент не знает значительной части учебного материала, который нужно осветить при ответе на поставленный вопрос билета, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, не ориентируется в изучаемой теме, не может дать ответ на дополнительные вопросы.

В целом оценка ставится, как взвешенное среднее оценок полученных во время текущего контроля и оценок, полученных при ответе на вопросы билета.